

가설검정

통계적 추측(statistic inference)는 추정(estimation)과 가설검정(testing hypothesis)으로 구분된다.

- ① **통계적 추측**: 임의 표본에 의하여 모집단을 규정하는 평균값, 분산 따위의 여러 수치를 추측하는 것.
- ② **추정**: 표본을 통하여 모집단에 대한 특성이 어떠할 것이라고 추측하는 과정.
- ③ **가설검정**: 모집단에 대한 어떤 가설을 설정한 뒤 표본관찰을 통하여 그 가설의 채택여부를 결정하는 분석방법.

1. 가설검정의 원리

가설검정에서는, 어떠한 가설을 참이라고 가정하고, 일어날 가능성이 희박한 표본평균값에 대한 수준을 정해 놓고, 표본자료를 통하여 계산된 표본평균이 그 수준을 벗어나면, 참이라고 가정한 그 가설을 기각하게 되는 원칙을 가지고 있다.

2. 가설검정의 5단계 절차

1단계	유의수준 결정 및 귀무가설, 대립가설의 결정
2단계	검정통계량 결정
3단계	기각역 결정
4단계	검정통계량의 계산
5단계	통계적 의사결정

(1) 유의수준 결정 및 귀무가설, 대립가설의 설정

■ 귀무가설과 대립가설

통계적 가설(statistical hypothesis): 통계적 가설이란 어떠한 주장을, 모집단의 특성을 나타내는 모수(parameter)를 이용하여 표현한 형태를 의미.

① **귀무가설**(null hypothesis : H_0)

반대 증거를 찾기 위해 상정된 가설로 대립가설에 반대되는 가설

② **대립가설**(연구가설, alternative hypothesis : H_1)

자료로부터의 강력한 증거에 의해 입증하고자 하는 가설

※ 만일 귀무가설을 받아들일 수 없는 상황이 되면, 다른 결론을 내려야 하는데 이러한 경우에 선택되는 가설이 대립가설이다. 즉, 귀무가설과 대립가설은 상호배반적인 가설로서, 가설검정에 대한 결과는 이 두 가지 가설 중 반드시 하나의 가설을 받아들여야 한다.

귀무가설의 설정은 세 가지 형태가 있다. 교재의 예제 중 귀무가설 $H_0: =170$ 에 대한 대립가설을 보게되면

제1형: $H_1: \neq 170$ 표본평균의 값이 너무 작거나 클 때-양측검정

제2형: $H_1: >170$ 표본평균이 너무 클 경우-우측검정

제3형: $H_1: <170$ 표본평균이 너무 작을 경우-좌측검정

■ 유의수준 결정

통계적 의사결정을 하는 경우 두가지 형태의 오류를 범할 수 있다.

제 1종 오류(type I error) : 참인 귀무가설을 기각하는 오류

제 2종 오류(type II error) : 거짓인 귀무가설을 받아들이는 오류

통계적 가설검정에서는 제 2종오류보다 제 1종오류를 훨씬 심각하게 생각한다. 따라서 제 2종 오류의 가능성은 고려하지 않고 제 1종오류의 가능성만을 통제하여 가설검정을 진행하게 되는 것이다. 가설 검정에서 제 1종오류를 허용하는 최대확률을 **유의수준(level of significance)**라고 하며 그리스 문자로 α 로 표기한다.

실제상황 \ 검정결과	H_0 가 참	H_1 이 참
H_0 채택	옳은 결정	제2종의 오류
H_1 채택	제1종의 오류	옳은 결정

유의수준(level of significance : α)

제1종의 오류를 범할 확률의 최대허용한계로 미리 지정해주는 기준 값을 의미

※ 흔히 유의수준은 $\alpha = 0.1, \alpha = 0.05, \alpha = 0.01$ 을 사용한다.

유의수준	α	신뢰수준
10%	0.1	90%
5%	0.05	95%
1%	0.01	99%

(2) 검정통계량(test statistic) 결정

귀무가설의 옳고 그름을 판단하기 위하여 사용되는 수집된 자료로부터 계산된 값(또는 통계량)을 말한다.

※ 모집단에 대한 평균과 관련된 문제에서는 Z 값이나 t 값이검정통계량으로 많이 사용되며, 귀무가설이 참이라는 가정 아래서 나타나는 검정통계량의 분포는 표준정규분포나 t 분포가 된다.

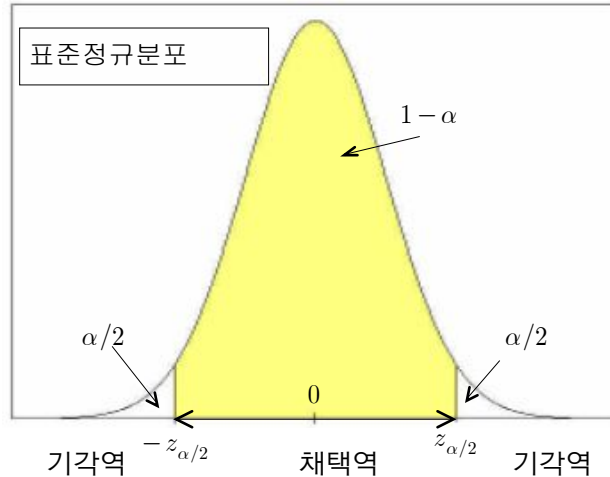
(3) 기각역 결정

가설 검정의 첫 번째 단계에서 유의수준이 결정되면, 검정통계량의 확률분포를 이용하여 귀무가설을 기각하는 영역과 기각하지 못하는 영역을 구분할 수 있다.

임계값(critical value)은 귀무가설을 채택하는 영역인 **채택역(acceptance region)**과 귀무가설

을 기각하는 영역인 기각역(critical region; rejection region)으로 나누는 경계값이다.

귀무가설을 기각하게 되는 검정통계량의 관측값의 영역



임계값(z)

$$Z_{.05} = 1.645$$

$$Z_{.025} = 1.96$$

$$Z_{.005} = 2.576$$

(4) 검정통계량의 계산

표본을 통하여 검정통계량을 계산할수 있으며 수식으로 표시하면

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

이다.

(5) 통계적 의사결정

통계적 의사결정을 내리기 위한 **의사결정규칙 (decision rule)**은 표본으로부터 계산된 검정통계량 값이 기각역에 속하게 되면 귀무가설을 기각하고, 채택역에 속하게 되면 귀무가설을 기각하지 못하는 결정을 내린다.

※ 여기서 한 가지 주의할 점은, 귀무가설을 긍정하는 통계적 의사결정이 나타났다고 하여도 귀무가설이 참이라는 것을 증명한 것은 아니라는 사실이다. 즉, 귀무가설을 긍정한다는 의미를, 기각할 만한 충분한 이유가 없다는 뜻으로 해석하여야 하는 것이다. '귀무가설을 채택한다'라는 표현은 사용하지 않고 '귀무가설을 기각할 수 없다'로 표현하는 것이 합당하며 또는 '귀무가설을 기각한다'로 표현한다.

3. p 값을 이용한 가설검정

자료로부터 관측된 **유의수준 (observed significant level)**을 나타내는 p (p -value)을 이용한 가설검정은 앞에서 설명한 5단계의 가설검정 절차를 거치지 않고 통계적 가설검정을 진행할

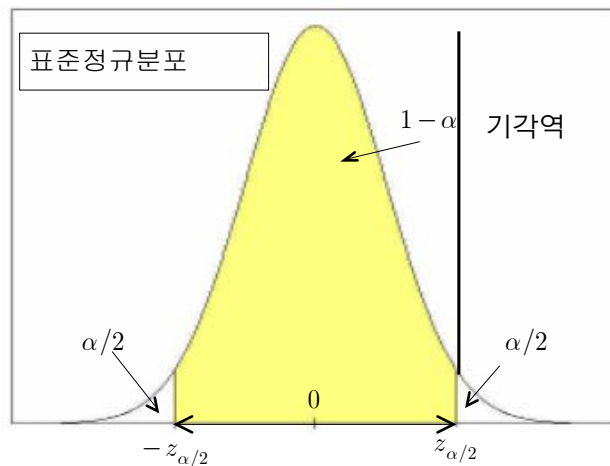
수 있기 때문에 유용하게 사용된다.

앞의 5단계의 가설검정에서는 기각역을 결정하기 위하여 유의수준 α 를 미리 결정하여야만 하였지만 p 값을 이용한 가설검정에서는 유의수준을 미리 결정하지 않고, 검정통계량 값이 귀무가설의 가정으로부터 얼마만큼 벗어나 있는지를 파악하여 의사결정자에게 귀무가설을 기각할 것인지를 전적으로 위임하는 다른 형태의 통계적 가설검정이다.

(1) p 값의 의미

p 값은 귀무가설이 참이라고 가정하였을 때, 자료를 통해 계산된 검정통계량 값보다 귀무가설을 기각하는 방향으로 더 심하게 검정통계량 값이 관측될 확률을 의미한다.

유의수준을 미리 5%로 결정하였다면 기각역은 $Z < -1.645$ 혹은 $Z > 1.645$ 이다. 이때 표본으로부터 계산된 검정통계량 값이 이 기각역에 속하게 된다면 귀무가설을 기각하는 결정을 유의수준 5%에서 내릴 수 있을 것이다. 결국 p 값이 사전에 설정한 유의수준보다 적다는 의미는 검정통계량이 기각역에 속해 있다는 의미이므로, 연구자는 이러한 p 값을 이용하여, 어느 정도의 유의수준에서 귀무가설을 기각할 수 있는지를 파악할 수 있다.



(2) p 값을 이용한 가설검정 절차

- ① 표본자료를 이용하여 검정통계량 값을 계산한다.
- ② 대립가설의 형태에 따라 p 값을 계산한다.
 - 제1형일 경우(양측검정): 귀무가설이 참이라는 가정 아래서, 계산된 검정통계량 값의 꼬리 부분에 대한 확률을 두 배한 값이 p 값이 된다.
 - 제2형일 경우(우측검정): 귀무가설이 참이라는 가정 아래서, 계산된 검정통계량 값보다 크게 나타날 확률이 p 값이 된다.
 - 제3형일 경우(좌측검정): 귀무가설이 참이라는 가정 아래서, 계산된 검정통계량 값보다 작게 나타날 확률이 p 값이 된다.
- ③ 유의수준 α 가 이미 정해진 경우에는 p 값과 비교하여
 - $p < \alpha$ 이면, 귀무가설을 기각하는 통계적 결정,
 - $p > \alpha$ 이면, 귀무가설을 기각하지 못하는 통계적 결정을 내린다.